

DOI: 10.5281/zenodo.15437971

Link: <https://zenodo.org/records/15437971>

KOINOT GEOMETRIYASI VA KOSMOLOGIYA

Mamadiyar Sherqo 'ziyev

Toshkent davlat agrar universiteti

Axborot tizimlari va texnologiyalari kafedrası dotsenti, f.-m.f.n.

mamadiyar.sherkuziyev@mail.ru

+998933919357

Sotvoldiyev Akmal Ibroximovich

Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti

Oliy va amaliy matematika kafedrası dotsenti, PhD

akmal.sotvoldiyev@mail.ru

+998909508517

Avazov Bekzod Mamanazarovich

Toshkent davlat agrar universiteti

Axborot tizimlari va texnologiyalari kafedrası assistenti

bekzodavazov2@gmail.com

+998914539640

Annotatsiya. Mazkur maqolada Evklid geometriyasining muhim postulatlaridan biri bo'lgan *V* postulatning tarixiy muammosi, uni isbotlashga qaratilgan urinishlar hamda noevklid geometriyalar – xususan, Lobachevskiy va Riman geometriyalarining shakllanishi haqida so'z boradi. Lobachevskiy tomonidan ilgari surilgan yangi aksioma asosida yaratilgan geometriya koinotni yangi nuqtai-nazardan tahlil qilish imkonini berdi. Shuningdek, ushbu nazariyalar zamonaviy kosmologiya fanining rivojlanishiga ham asos bo'lgan. Maqolada keltirilgan ilmiy g'oyalar geometriya, fizika, astronomiya va falsafa fanlari uchun muhim nazariy poydevor yaratgan.

Kalit so'zlar: Noevklid geometriya, Lobachevskiy geometriyasi, *V* postulat, psevdosfera, Riman geometriyasi, Gauss egriligi, koinot geometriyasi, kosmologiya, nisbiylik nazariyasi.

I. KIRISH

Geometriya fanining asosiy vazifalaridan biri fazo va shakllar o'rtasidagi munosabatlarni o'rganishdan iboratdir. Tarixiy jihatdan geometriya avval amaliy ehtiyojlardan – yer o'lchash, me'morchilik, astronomiya kabi sohalardan kelib chiqqan bo'lsa-da, vaqt o'tishi bilan u mustaqil va chuqur nazariy fan sifatida shakllandi. Ayniqsa, qadimgi yunon matematigi Evklid tomonidan ishlab chiqilgan aksiomatik tizim va uning mashhur "Negizlar" asari geometriya fanining poydevori bo'lib xizmat qildi.

Biroq Evklid geometriyasining *V* postulatiga doir savollar va unga nisbatan shubhalar bu fan doirasida yangi izlanishlarga sabab bo'ldi. Bu izlanishlar XIX asrda matematik olimlar – N.I.Lobachevskiy, J.Bolyai, B.Rimanlar tomonidan olib borilib, natijada Evklid geometriyasidan farqli bo'lgan noevklid geometriya nazariyalari vujudga keldi. Ayniqsa, Lobachevskiy geometriyasi – ya'ni manfiy Gauss egrilikka ega fazolar nazariyasi – fazoning yangicha talqiniga olib keldi va "koinot geometriyasi" tushunchasining shakllanishiga asos soldi.

Mazkur maqolada Evklidning *V* postulatiga asoslangan geometriya muammosi, noevklid geometriyalarning paydo bo'lishi, ularning matematik va fizik mazmuni,

hamda zamonaviy kosmologiyada tutgan o'rni tahlil qilinadi. Ayniqsa, bu geometriyalar asosida yaratilgan nisbiylik nazariyasi va koinot tuzilmasi haqidagi tasavvurlar o'rganiladi.

II. ADABIYOTLAR TAHLILI

Koinot geometriyasi va kosmologiyaning ilmiy asoslari asosan, geometriya fanining rivojlanishiga tayanadi. Bu boradagi dastlabki yondashuvlar qadimgi yunon matematiklari – Evklid, Arximed va Ptolemeylar tomonidan ilgari surilgan. Ayniqsa, Evklidning "*Negizlar*" asari geometriyaning deduktiv asoslarini yaratgan bo'lib, 2000 yil davomida asosiy nazariya sifatida xizmat qilgan. Uning mashhur V postulati doir shakl-shubhalar esa butunlay yangi geometriyalar, xususan noevklid geometriyalarining yaratilishiga olib keldi.

XIX asrda Nikolay Lobachevskiy va János Bolyai mustaqil ravishda noevklid geometriyasini ishlab chiqdilar. Ular Evklidning V postulatini inkor etgan holda, o'zlariga xos yangi aksiomatik tizimlarni yaratdilar. B.Riman esa musbat Gauss egrilikka asoslangan geometrik modelni taklif etdi. Bu uch olimning ishlari koinotning egri fazoda mavjud bo'lishi mumkinligini nazariy jihatdan isbotlashga xizmat qildi.

XX asr boshlarida Albert Eynshteyn ushbu geometriyalarning fizik mazmunini anglab, ularni o'zining "*Umumiy nisbiylik nazariyasi*"da amaliyotga tatbiq etdi. Bu nazariyaga ko'ra, tortishish kuchi fazo-vaqtning egilishi orqali yuzaga keladi. Eynshteynning bu nazariyasi zamonaviy kosmologiyaning ilmiy poydevori bo'lib xizmat qiladi.

Shuningdek, A.A.Fridman, G.Lemetr va keyinchalik S.Xoking singari fizik va matematiklar ham koinot modeli va uning geometriyasini tadqiq etishda beqiyos hissa qo'shganlar. Ularning ishlari orqali kengayib boruvchi koinot, qora tuynuklar va kosmik fon nurlanishi singari tushunchalar ilm-fanga kirib kelgan.

Zamonaviy adabiyotlarda (masalan, Stephen Hawking – "*A Brief History of Time*" yoki Brian Greene – "*The Elegant Universe*") koinotning geometrik tuzilmasi va fazo-vaqt kontseptsiyasi ilmiy-ommabop uslubda tushuntiriladi. Shuningdek, ilmiy jurnallarda – "*Physical Review D*", "*Classical and Quantum Gravity*" va "*General Relativity and Gravitation*" – koinot geometriyasiga oid zamonaviy tadqiqotlar chop etiladi.

Umuman olganda, adabiyotlar ko'rsatadiki, geometrik nazariyalarning evolyutsiyasi faqat matematikadagina emas, balki fizikada, ayniqsa kosmologiyada ham chuqur iz qoldirgan. Evklid geometriyasidan boshlanib, noevklid modellarga, undan esa koinotning global tuzilmasini tushuntiruvchi zamonaviy geometriya va kosmologiyaga o'tish – bu fanlararo integratsiyaning yorqin namunasi hisoblanadi.

III. ASOSIY QISM

V postulat (aksioma). Tekislikda ikki a va b to'g'ri chiziqlarni c to'g'ri chiziq kesib o'tganda hosil bo'lgan ichki bir tomonli burchaklar yig'indisi $2d$ dan kichik bo'lsa, u holda a va b to'g'ri chiziqlarni shu bir tomonli burchaklar bo'yicha davom ettirilsa, ular kesishadi.

Bu V postulatdan, agar ichki bir tomonli burchaklar yig'indisi $2d$ ga teng bo'lsa, a va b to'g'ri chiziqlarning paralleligi kelib chiqadi.

V postulat muammosi shundan iborat bo'lganki, uni, ya'ni V postulatning o'rinli bo'lishini Yevklidning boshqa postulat va aksiomalaridan foydalanib isbotlab bo'lmaydimi degan fikr ko'p matematiklarning boshini qotirgan. V postulatni isbot qilishga birinchilardan bo'lib Arximed, Posidoniyu (eramizdan oldingi birinchi asr) harakat qilishgan. Lekin, u yoki bu postulat va aksiomalardan foydalanib, V postulatni isbot qildim deydi-yu, ammo u yoki bu ko'rinishda V postulatdan foydalanganligi bilmay qolishgan.

Keyinchalik V postulatni isbotlashga urinib ko'rgan olimlardan Umar Xayyom (1048-1123), matematik va shoir at-Tusi (1201-1274), Vallis (1616-1703) ushbu postulat ustida ishlab, yangi natijalarga erishganlar. Masalan, Umar Xayyomning izlanishlari sferik geometriyaning vujudga kelishiga turtki bo'lgan.

Umuman olganda, V postulatni teorema ko'rinishida isbot qilishga ko'p matematiklar harakat qilishgan. Masalan, Sakkeri (1667-1733), frantsuz matematigi Lejandr (1752-1833) lar ham urinishgan. Shuni qayd etish kerak-ki, Yevklidning V postulatini isbot qilishga urinishlar natijasida geometriya faniga yangidan-yangi kashfiyotlar kirib kelgan. Lekin, 2000 yil davomida bu postulatni isbot qilib bo'lmagligi hech kimning hayoliga kelmadi.

O'z davrida matematiklar qiroli deb tan olingan K.Gauss ham bu V postulat ustida ko'p bosh qotirgan.

V postulatni birinchi bo'lib buyuk rus geometrigi N.I.Lobachevskiy (1792-1856) isbot qilib bo'lmagligini ko'rsatadi. U shunday degan edi: *"2000 yil davomida qanchadan-qancha matematiklar V postulatni isbot qilaman deb vaqtini o'tkazdi"*.

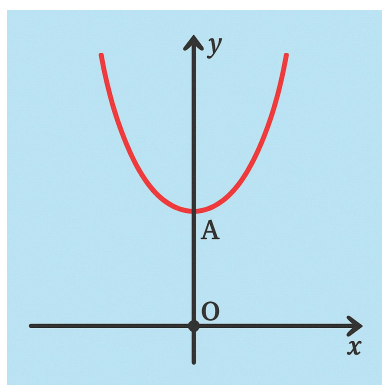
N.I.Lobachevskiy V postulatni isbot qilib bo'lmagligini quyidagicha ko'rsatdi: V postulatni, ya'ni Evklidning faqat birgina parallelizm aksiomasini boshqa aksioma bilan almashtirib, qolgan aksioma va postulatlar o'z o'rnida qolgan holda geometriya asoslarini yaratadi. Aynan, Lobachevskiy V postulat, ya'ni parallelizm aksiomasining o'rnini boshqa aksioma bilan almashtiradi: ya'ni, *"Tekislikda yotgan to'g'ri chiziqqa uning tashqarisidagi nuqtadan o'tib, shu to'g'ri chiziq bilan kesishmaydigan kamida ikkita to'g'ri chiziq mavjud"* degan g'oyani ilgari suradi. Keyinchalik bu g'oya Lobachevskiy aksiomasi deb yuritiladi. Lobachevskiy bu to'g'ri chiziqlardan ikkitasini, ya'ni berilgan to'g'ri chiziqni kesuvchi va kesmaydigan to'g'ri chiziqlarni ajratib turuvchi ikki to'g'ri chiziq, berilgan to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq deb atadi. Evklidning faqat parallelizm aksiomasini almashtirishdan hosil bo'lgan geometriya hech qanday to'siqsiz yaratiladi. Keyinchalik yaratilgan bu geometriya Lobachevskiy geometriyasi deb nomlandi.

Ammo, Lobachevskiy aksiomasini ko'zimiz bilan ko'rib turgan fazo (tekislik)da biror ma'noga ega bo'lishligini ko'rsata olmaymiz va Lobachevskiy geometriyasidagi ko'pgina teorema boshqa tushunchalar bizga qandaydir g'ayritabiyy bo'lib ko'rinadi. Bunga ko'p matematiklar ham ikkilanib qaraydi. Shunga qaramasdan, XIX asrning birinchi yarmida Lobachevskiyning bunday qarashlari fan olamida **revolyutsiya** bo'ldi. Lobachevskiy bu bilan dunyoda birinchi bo'lib, Evklid geometriyasi kosmik masshtab

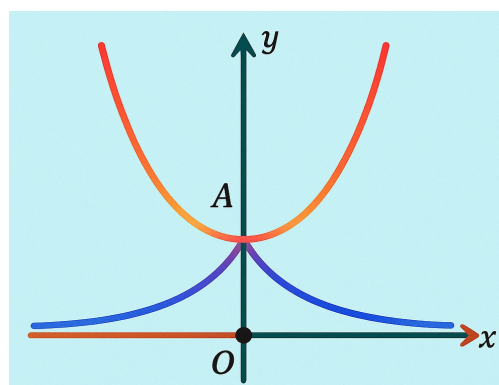
uchun o‘rinli bo‘lishi bo‘yicha ikkilandi va shu tariqa “*Koinot geometriyasi*”ning yaratilishiga zamin bo‘ldi.

Ulug‘ rus olimi N.I.Lobachevskiyning g‘oyasini, ya‘ni, faqat V postulatni Lobachevskiy aksiomasi bilan almashtirgan holda hosil bo‘lgan geometriyasini ko‘pchilik olimlar tan olishni istamadi. Lekin, 1868 yil italyan matematigi E.Beltrami (1835-1900) va nemis matematigi B.Riman (1826-1866) tomonidan geometriya sohasida muhim yangiliklar yaratilishi Lobachevskiy geometriyasining tan olinishiga yo‘l ochdi.

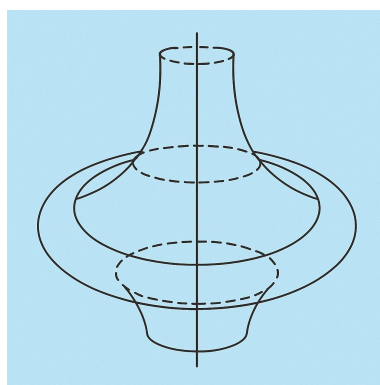
Beltrami o‘zining “*Noevklid geometriyasida interpretatsiya tajribasi*” ilmiy ishida shunday real jism mavjudki, uning sirtida Lobachevskiy geometriyasi o‘rinli bo‘lishini va bunday jism **pseudosfera** ekanligini ko‘rsatadi. Haqiqiy fazoda pseudosfera quyida ko‘rsatilgandek hosil qilinadi: buning uchun zanjir chiziqni olamiz (1-rasm). A nuqtada kesamiz va **traktrisa** deb ataluvchi chiziqni hosil qilamiz (2-rasm). Traktrisa shoxlari abtissa o‘qiga yaqinlashib boradi. Endi bu chiziqni abtissa o‘qi atrofida aylantirilsa, pseudosfera deb ataluvchi sirt hosil bo‘ladi (3-rasm).



1-rasm



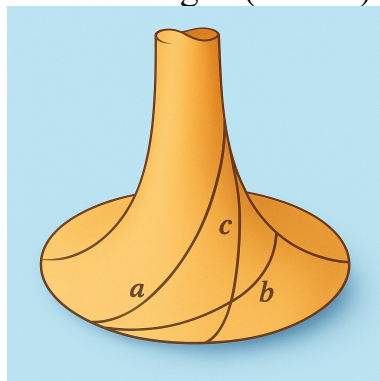
2-rasm



3-rasm

Shartlashib olamiz. Matematik talqinga o‘tmasdan, to‘g‘ri chiziq deb sirt ustidagi “*geodezik chiziq*” deb ataluvchi chiziqni tushunamiz. Ikki nuqta orasidagi masofa deb chiziq ustidagi ikki nuqta orasidagi masofa olinadi. Beltrami shu pseudosfera ustida Lobachevskiyning tekislikdagi geometriyasini to‘liq bajarilishini va A nuqtadan o‘tuvchi shunday ikki b va c “*to‘g‘ri chiziq*”lar mavjudki, ular a “*to‘g‘ri chiziq*”qa parallel bo‘lishini ko‘rsatadi. Shuni qayd etish kerakki, pseudosfera o‘zgarmas manfiy Gauss egrilikka ega sirt ekanligi ham isbot qilingan. Shu

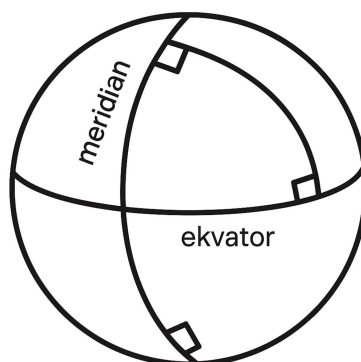
Lobachevskiy tekisligida uchburchak ichki burchaklar kattaliklarining yig‘indisi $2d$ ($d = 90^\circ$) dan kichik ekanligi ham isbotlangan (4-rasm).



4-rasm

Shunday sirtlar borki, bunday sirt ustida hosil qilingan uchburchak ichki burchaklari yig‘indisi $2d$ dan katta bo‘ladi. Bunday sirtlar musbat Gauss egrilikka ega bo‘lgan sirtlardir. Ana shunday sirtlardan biri sferadir. “To‘g‘ri chiziqliq” deb sfera ustidagi har qanday katta aylanani olamiz. Bu aylana Evklid ma‘nosidagi sfera markazidan o‘tgan tekislik sfera bilan kesishishidan hosil bo‘lgan katta aylanadir. Shu tariqa Evklidning V postulatini o‘zgartirgan holda o‘ziga xos **sferik geometriya** deb ataluvchi geometriyani hosil qilamiz. Qarangki, bu geometriya o‘ziga xos bo‘lib, unda parallel to‘g‘ri chiziqliq tushunchasi bo‘lmaydi.

Ba‘zi hollarda, uchburchak ichki burchaklari kattaliklari yig‘indisi $3d$ ham bo‘ladi (5-rasm).



5-rasm.

Mana shunday qilib, manfiy va musbat Gauss egriligiga ega bo‘lgan sirtlar borligini ko‘rish mumkin. Shu tariqa hosil bo‘lgan geometriyani **noevklid geometriyalar** deb yuritamiz. Evklid tekisligi esa nol Gauss egrilikka ega bo‘lgan sirt ekanligini ko‘rsatish mumkin.

Noevklid geometriyani rivojlantirishda 1854 yili Bernxard Rimanning ham hissasi katta bo‘ldi. Riman Evklidning V postulatining o‘rniga quyidagi aksiomani kiritadi: “Tekislikda berilgan to‘g‘ri chiziqliq bilan har qanday boshqa to‘g‘ri chiziqliq

kesishadi". Bundan ko'rinadiki, Riman geometriyasida parallel to'g'ri chiziqlar degan tushuncha yo'q ekan.

Buyuk rus olimi A.A.Fridman (1888-1925) aniq bir shartlar ostida "*Koinot geometriyasi*" manfiy Gauss egriligiga ega ekanligini va bu bilan Lobachevskiy geometriyasidagi faktlar unda o'rinli bo'lishini ko'rsatdi.

Geometriya fanidagi bunday buyuk ilmiy revolyutsiya astronomiya, fizika, matematika, filosofiya, kosmologiya ("*Koinot yagona*"ligi to'g'risidagi fan) fanlarining rivojlanishida muhim o'rin tutdi. Geometriya fanida yaratilgan bunday yangiliklar asosida XX asr boshida, birinchi bo'lib buyuk fizik olim Albert Eynshteyn (1879-1955) o'zining "*Maxsus va umumiy nisbiylik nazariyasi*"ni yaratdi. Nisbiylik nazariyasining yaratilishi koinot qotib qolgan va o'zgarmas sistema holida emas, balki, vaqt, tezlik, yorug'likka qarab bir-biriga qarama-qarshi, o'zgaruvchan egrilika ega bo'lgan olamdir degan tadqiqot natijasiga kelamiz.

Yuqorida qayd etilgan tadqiqotlar natijalaridan yana xulosa qilib aytganimizda, quyidagi jumlar naqadar o'rinli ekanligini ko'rish mumkin: "*Agar Lobachevskiy geometriyasi yaratilmaganida edi, A.Eynshteyn shu davrda o'zining nisbiylik nazariyasini yarata olmas edi. Nisbiylik nazariyasi yaratilmaganida, "Kosmologiya" fani bu darajada rivojlanmagan bo'lar edi*".

IV. XULOSA

Yakuniy xulosaga ko'ra, V postulatning tarixiy muammosi va uning yechimiga qaratilgan izlanishlar geometriya fanida yangi yo'nalishlarning shakllanishiga olib keldi. Xususan, N.I.Lobachevskiy va B.Riman tomonidan ilgari surilgan aksiomalar asosida noevklid geometriya yaratilgan bo'lib, u bugungi kunda koinot tuzilishini tushunishda muhim nazariy asos bo'lib xizmat qilmoqda. A.A.Fridman va A.Eynshteynlarning ilmiy ishlari bu geometriyani amaliy kosmologiyaga tadbqiq etish imkonini yaratdi. Maqola asosida shuni aytish mumkinki, geometriyaning rivojlanishi va V postulatning yangi talqinlari zamonaviy fizika, kosmologiya va boshqa fanlar taraqqiyotida hal qiluvchi rol o'ynaydi.

V. FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Hawking S. A Brief History of Time. – New York: Bantam Books, 1988.
2. Greene B. The Elegant Universe: Superstrings, Hidden Dimensions, and the Quest for the Ultimate Theory. – New York: W.W. Norton & Company, 1999.
3. Misner C. W., Thorne K. S., Wheeler J. A. Gravitation. – San Francisco: Freeman, 1973.
4. Belova O., Mikeš J., Sherkuziyev M., Sherkuziyeva N. An analytical inflexibility of surfaces attached along a curve to a surface regarding a point and plane // Results in Mathematics. – 2021. – Vol. 76, No. 56. – P. 1–13.
5. Rýparová L., Guseva N., Sherkuziyev M., Sherkuziyeva N. On the rigidity and analytical rigidity of two-connected regular surfaces of revolution for a given direction of displacement of edge points // Filomat. – 2023. – Vol. 37, No. 25. – P. 8561–8567.

6. Xidirov N. Gʻ., Sotvoldiyev A. I. Dinamik modellarni iqtisodiyotda qoʻllanilishi // Science and Education Scientific Journal. – 2022. – Vol. 3, No. 3. – P. 1–10.
7. Sotvoldiyev A. I., Ostonakulov D. I. Mathematical Models in Economics // Spectrum Journal of Innovation, Reforms and Development. – Germany, 2023. – Vol. 17. – P. 115–119.
8. Sotvoldiyev A. I., Yuldashev S. A. Matematik modellashtirish va matematik model qurish metodlari // Pedagog Respublika Ilmiy Jurnal. – 2023. – № 5. – B. 44–50.
9. Sotvoldiyev A. I. Transport masalasi va uning turli sohalardagi ahamiyati // Innovations in Science and Technologies: ilmiy-elektron jurnal. – 2025. – Vol. 2, No. 3. – P. 489–496.
10. Sherqoʻziyev M., Sotvoldiyev A. I. Tadqiqot obʻektlarida vujudga kelgan muammolarni optimal hal qilishda matematik modellashtirish // Innovations in Science and Technologies: ilmiy-elektron jurnal. – 2025. – Vol. 2, No. 5. – P. 12–20.