

YASHIRIN IQTISODIYOTNI DINAMIK TIZIMLAR VA KASR TARTIBLI DIFFERESIAL TENGLAMALAR YORDAMIDA TADQIQ QILISH

Jabborov Nasriddin Mirzoodilovich

Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti “Oliy va amaliy matematika” kafedrasi professori

zhaborovnasridin@gmail.com

Eshdavlatova Sevara Eshmamatovna

Toshkent shahridagi Belarus-O'zbekiston qo'shma tarmoqlararo amaliy texnik kvalifikatsiyalar instituti tayanch doktoranti

sevaraeshdavlatova@gmail.com

Mirzoodilov Javohir Nasriddin o'g'li

O'zbekiston Milliy universiteti tadqiqotchisi

mirzoodilov@bk.ru

Annotatsiya. Ushbu maqolada yashirin (norasmiy) iqtisodiyotning rivojlanish dinamikasi kasr tartibli differensial tenglamalar yordamida modellashtirilgan. Modelda soliq bosimi, davlat nazorati va korrupsiya darajasi kabi omillar hisobga olinib, yashirin va rasmiy iqtisodiyot o'rtasidagi o'zaro bog'liqlik tahlil qilingan. Kasr tartibli yondashuv iqtisodiy jarayonlarning vaqt bo'yicha xotira effektini hisobga olgan holda aniqlikni oshiradi. Yechimning mavjudligi va yagonaligi Banax fiksirlangan nuqta teoremasi yordamida isbotlangan. Model asosida iteratsion algoritmlar bilan turg'un holatga yaqinlashish ko'rsatildi va raqamli simulyatsiya qilish imkoniyatlari muhokama qilindi.

Kalit so'zlar: kasr tartibli differensial tenglama, yashirin iqtisodiyot, rasmiy iqtisodiyot, dinamik tizim, Banax fiksirlangan nuqta teoremasi, turg'un holat, soliq bosimi, korrupsiya, davlat nazorati, matematik modellashtirish.

Kirish. Bugungi kunda iqtisodiyotni barqaror rivojlantirish va ijtimoiy adolatni ta'minlashda yashirin (norasmiy) iqtisodiyot muammosi dolzarb masalalardan biri bo'lib qolmoqda. Yashirin iqtisodiyot – bu rasmiy statistikada aks ettirilmaydigan, soliqdan yashirincha amalga oshiriladigan iqtisodiy faoliyatlar yig'indisidir. Bu turdagi iqtisodiy faoliyat davlat byudjetiga tushumlarning kamayishiga, korrupsiyaning kuchayishiga hamda rasmiy sektorning zaiflashishiga olib keladi. Yashirin iqtisodiyot hajmini baholash va uning rivojlanish mexanizmini tushunish uchun matematik modellashtirish samarali vosita hisoblanadi. Ayniqsa, iqtisodiy jarayonlarda vaqt bo'yicha kechikishlar, xotira effekti va tizimning inertligi mavjud bo'lgan hollarda kasr tartibli differensial tenglamalar qo'llash yuqori aniqlik beradi. Mazkur maqolada yashirin va rasmiy iqtisodiyot o'rtasidagi dinamik aloqadorlik kasr tartibli differensial tenglamalar yordamida modellashtiriladi. Modelga soliq bosimi, davlat nazorati darajasi va korrupsiya ko'rsatkichi kabi asosiy omillar kiritiladi. Bundan tashqari, Banax fiksirlangan nuqta teoremasi yordamida modelning yechimining mavjudligi va yagonaligi isbotlanadi. Ushbu yondashuv yashirin iqtisodiyotning barqarorligini, rivojlanish tendensiyalarini va davlat siyosatining ta'sirini tahlil qilish imkonini beradi.

Adabiyotlar tahlili (Literature Review). Yashirin (norasmiy) iqtisodiyot masalasi iqtisodchilar, sotsiologlar va matematik modellashtiruvchilar tomonidan uzoq yillardan buyon o'rganib kelinmoqda. Norasmiy iqtisodiy faoliyatning ko'lami, unga

ta'sir etuvchi omillar va uni kamaytirish usullari yuzasidan turli tadqiqotlar olib borilgan.

Norasmiy iqtisodiyotning iqtisodiy ta'sirini o'rganishda klassik iqtisodchilar - masalan, Friedrich Schneider va Dominik Enste - muhim hissalar qo'shgan. Ularning tadqiqotlari yashirin iqtisodiyotning yalpi ichki mahsulotga nisbatan ulushi, unga soliq yuklamasi va tartibga solish darajasining ta'siri haqida statistik modellarga asoslangan.

So'nggi yillarda yashirin iqtisodiyotni matematik modellar orqali tahlil qilishga bo'lgan qiziqish ortmoqda. Xususan, differensial tenglamalar, epidemiologik modellashtirish, va o'yin nazariyasi yondashuvlari orqali korrupsiya va yashirin faoliyat dinamikasi tadqiq qilinmoqda. V. Capasso, D. Bakry, F. Barykin, va T. Lakshmanov kabi tadqiqotchilar yashirin faoliyat va korrupsiyani tarqalish jarayoni sifatida modellashtirgan.

Kasr tartibli differensial tenglamalar (fractional differential equations) yordamida iqtisodiy jarayonlarning modellashtirilishi esa nisbatan yangi, ammo istiqbolli yo'nalish hisoblanadi. Bu borada I. Podlubny, K. Diethelm, A. Atangana va J. Sabatier kabi olimlar asarlari muhim o'rin egallaydi. Ular kasr tartibli modellarning real iqtisodiy va ijtimoiy tizimlardagi xotira effektini hisobga olishdagi ustunliklarini isbotlagan.

Yashirin iqtisodiyotning matematik modelini torayuvchi operatorlar orqali tahlil qilishda Banach fiksirlangan nuqta teoremasi qo'llanishi mumkinligi haqida esa Ravi P. Agarwal, Donal O'Regan va V. Lakshmanam asarlarida batafsil yoritilgan. Ularning ishlari fiksirlangan nuqtalar nazariyasini iqtisodiy va biologik tizimlarga muvaffaqiyatli tatbiq qilish yo'llarini ko'rsatadi. [1]

Mazkur maqolada aynan ushbu yondashuvlar birlashtirilib, dinamik tizim sifatida qaralgan yashirin iqtisodiyot modeli kasr tartibli yondashuv asosida o'rganiladi va Banach teoremasi yordamida yechimlarning mavjudligi asoslanadi.

Modelni Tuzish. Yashirin iqtisodiyot — bu rasmiy statistik hisobotlarda ko'rsatilmaydigan, lekin mamlakatda real tarzda mavjud bo'lgan iqtisodiy faoliyatlar yig'indisidir. Bu faoliyatlar rasmiy nazoratdan chetda bo'ladi va odatda quyidagicha ifodalanadi:

- Qonuniy faoliyat, lekin norasmiy shaklda (masalan, ruxsatsiz ishlash, soliq to'lamasdan xizmat ko'rsatish)
- Qonunsiz faoliyat (masalan, poraxo'rlik, noqonuniy savdo, giyohvand moddalar savdosi) [2]

Yashirin iqtisodiyotning paydo bo'lishiga ko'plab omillar sabab bo'ladi:

Sabab	Izoh
Yuqori soliq yuki	Soliqlardan qochish uchun odamlar faoliyatini norasmiy qiladi
Qattiq tartibga solish (byurokratiya)	Ruxsatnomalar, litsenziyalar ko'pligi
Ishsizlik va kambag'allik	Norasmiy sektor — yagona daromad manbai bo'lishi mumkin
Huquqiy tizim zaifligi	Jazodan qochish ehtimoli yuqori bo'lgani uchun norasmiy faoliyat kengayadi
Ishchi kuchining katta bozor tashqarisida qolishi	Masalan, qishloq joylardagi norasmiy xizmatlar, maishiy ishlarda ayollar mehnati

Yashirin iqtisodiyotni modellashtirish uchun rasmiy iqtisodiyot va yashirin iqtisodiyot o'zaro bog'langan tizim sifatida ko'rib chiqamiz. Keling, quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

$Y_s(t)$ – yashirin iqtisodiyot hajmi (soliqdan yashirilgan iqtisodiy faoliyat),

$Y_o(t)$ – rasmiy iqtisodiyot hajmi (davlat nazorati ostidagi faoliyat),

$P(t)$ – soliq bosimi (davlat tomonidan o'rnatilgan soliqlar va tartibga solish darajasi),

$T(t)$ – davlat nazorati darajasi (qonunchilik, tekshiruvlar va jazolar),

$C(t)$ – korrupsiya darajasi (amaldorlar va biznes o'rtasidagi noqonuniy operatsiyalar).

Dinamikani modellashtirishda biz klassik butun-sonli vaqt hosilasi o'rniga Caputo kasr-tartibli hosilasidan foydalanamiz. Ushbu kasr-tartibli formulalar xotira ta'sirlarini tushunishga va korrupsiya dinamikasini yanada chuqurroq o'rganishga imkon beradi. Kasr formulalari uchun kasrli hisoblash bilan bog'liq ba'zi muhim tushunchalar va natijalar keltirilgan. Kasrli hosilalarning turli xil turlari mavjud, ammo matematik modellashtirishda keng qo'llaniladiganlari — Riemann–Liouville hosilasi va Caputo hosilasidir. [3]

Ta'rif. Riemann–Liouville kasr hosilasi $f(x)$ funksiyasi uchun α -tartib quyidagicha aniqlanadi:

$$D^\alpha f(x) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dx^n} \int_\alpha^x \frac{f(t)}{(x-t)^{\alpha-n+1}} dt,$$

bu yerda α — doimiy son, n esa α -dan katta yoki unga teng bo'lgan eng kichik butun son. Bundan tashqari, $\Gamma(\cdot)$ funksiyasini ifodalaydi va u quyidagicha ta'riflanadi:

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-t} t^{n-1} dt$$

Ushbu formula kasrli hisoblashda funksiyaning kasr tartibli hosilasini aniqlashda ishlatiladi.

Ta'rif 2.2. Riman–Liuvillning kasr integral operatori I^α quyidagicha aniqlanadi:

$$I^\alpha f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_\alpha^x (x-t)^{\alpha-1} f(t) dt,$$

bu yerda $f(a, b)$ intervalda haqiqiy yoki kompleks qiymatga ega funksiya, α esa musbat haqiqiy son, $\Gamma(\alpha)$ esa gamma-funksiyadir.

Ta'rif 2.3. Funksiya $f(t)$ ning kasr shaklidagi α -darajali Kaputo hosilasi quyidagicha aniqlanadi:

$$D_t^\alpha (f(t)) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_\alpha^x (t-\xi)^{\alpha-n} \alpha f^n(\xi) d\xi,$$

bu yerda $n-1 < \alpha \leq n$. Γ -gamma-funksiyani bildiradi. Kaputo kasr hosilasi funksiyalarning, ayniqsa vaqtga bog'liq tizimlar uchun, noaniq darajali hosilasini hisoblashda qo'llaniladi.

Ta'rif 2.4. $0 < \alpha < 1$ bo'lgan holda, $f(t)$ funksiyaning α -darajali (kasr shaklidagi) Kaputo hosilasi quyidagicha aniqlanadi:

$$D_t^\alpha (f(t)) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t (t-\xi)^{-\alpha} f'(\xi) d\xi,$$

bu yerda o'ng tomonidagi integral mavjud bo'lishi kerak. [4]

Bu omillar yashirin iqtisodiyotga qanday ta'sir qilishini quyidagi kasr tartibli differensial tenglamalar yordamida modellashtiramiz:

$$\begin{cases} D^\alpha Y_s = r_s Y_s - \beta Y_s - \gamma T Y_s + \delta C Y_o, \\ D^\alpha Y_o = r_o Y_o + \beta P Y_s - \delta C Y_o - \lambda Y_o. \end{cases}$$

Bu yerda:

- D^α – kasr tartibli differensial operator (Caputo yoki Riemann-Liouville operatori),
- r_s – yashirin iqtisodiyotning o'sish tezligi,
- r_o – rasmiy iqtisodiyotning o'sish tezligi,
- β – soliq bosimining yashirin iqtisodiyotga ta'siri,
- γ – davlat nazorati ta'sirining intensivligi,
- δ – korrupsiyaning yashirin iqtisodiyotga ta'siri,
- λ – rasmiy iqtisodiyotning o'z-o'zidan kamayish tezligi.

Modelning ma'nosi

- Agar soliq yuklamasi P oshsa, unda yashirin iqtisodiyot Y_s ortadi, chunki tadbirkorlar soliqlardan qochishga harakat qiladi.
- Agar davlat nazorati T oshsa, unda yashirin iqtisodiyot kamayadi, chunki tartib-qoidalar qat'iylashadi.
- Agar korrupsiya C oshsa, yashirin iqtisodiyot yana o'sadi, chunki noqonuniy operatsiyalar osonlashadi.
- Agar rasmiy iqtisodiyot Y_o yaxshi rivojlansa, yashirin iqtisodiyot pasayishi mumkin, chunki odamlar qonuniy iqtisodiy faoliyat bilan shug'ullanishni afzal ko'rishadi. [5]

Modelni tahlil qilish va yechimlarni topish

Bu model kasr tartibli differensial tenglamalar tizimi bo'lib, uni Banax fiksirlangan nuqta teoremasi yordamida tahlil qilish mumkin. Modelning operator shaklini yozamiz.

$$Y_s = T_1(Y_s, Y_o), \quad Y_o = T_2(Y_o, Y_s).$$

Banax fiksirlangan nuqta teoremasi orqali yechimning mavjudligi va yagonaligini isbotlashni ko'rsatamiz. Agar model torayuvchi operator shartini qanoatlantirsa, unda fiksirlangan nuqta (Y_s^*, Y_o^*) mavjud bo'lib, u turg'un nuqtani bildiradi.

Biz modelni operator shaklidan foydalanishimiz mumkin:

$$Y_s = T_1(Y_s, Y_o), \quad Y_o = T_2(Y_o, Y_s).$$

bu yerda T_1, T_2 – yashirin va rasmiy iqtisodiyotni belgilovchi operatorlar:

$$\begin{cases} T_1(Y_s, Y_o) = r_s Y_s - \beta Y_s - \gamma T Y_s + \delta C Y_o, \\ T_2(Y_o, Y_s) = r_o Y_o + \beta P Y_s - \delta C Y_o - \lambda Y_o \end{cases}$$

Biz ushbu operatorlarning Banax fazosida torayuvchi ekanligini tekshiramiz.

Banax fiksirlangan nuqta teoremasi shartlarini tekshirish

Agar (X, d) – metrik fazo bo'lsa va $T: X \rightarrow X$ torayuvchi operator bo'lsa, ya'ni quyidagi shart bajarilsa:

$$d(T(x), T(y)) \leq k \cdot d(x, y) \quad \forall x, y \in X, \quad 0 \leq k < 1$$

unda T operatorining yagona fiksirlangan nuqtasi mavjud, ya'ni:

$$T(x^*) = x^*$$

Yashirin iqtisodiyot modeli uchun banax fazosi

Funksiyalar fazosi Banax fazosi bo'lishi uchun, biz (Y_s, Y_o) bo'sh fazoda emasligini va chegaralanganligini tekshiramiz. Odatda chegaralangan boshlang'ich shartlar qo'yiladi:

$$Y_s(0) = Y_{s0}, \quad Y_o(0) = Y_{o0} \quad Y_s, Y_o \in [0, M]$$

Bu shuni anglatadiki, bizning modellarimiz chegaralangan Banax fazosida aniqlangan.

Ikki har xil nuqta uchun operatorlarning masofasi qanday o'zgarishini tekshiramiz:

$$\left| T_1(Y_s^{(1)}, Y_o^{(1)}) - T_1(Y_s^{(2)}, Y_o^{(2)}) \right| = \left| r_s(Y_s^{(1)} - Y_s^{(2)}) - \beta P(Y_s^{(1)} - Y_s^{(2)}) - \gamma T(Y_s^{(1)} - Y_s^{(2)}) + \delta C(Y_o^{(1)} - Y_o^{(2)}) \right|$$

Bu ifodani normaga o'tkazamiz:

$$\left\| T_1(Y_s^{(1)}, Y_o^{(1)}) - T_1(Y_s^{(2)}, Y_o^{(2)}) \right\| \leq |r_s - \beta P - \gamma T| \cdot \left\| (Y_s^{(1)} - Y_s^{(2)}) \right\| + |\delta C| \cdot \left\| Y_o^{(1)} - Y_o^{(2)} \right\|$$

Quyidagi shart bajarilsa:

$$|r_s - \beta P - \gamma T| + |\delta C| < 1$$

undagina operator torayuvchi operator bo'ladi. [6]

Xuddi shu tarzda, T_2 operatori uchun ham torayuvchi shartni tekshirib chiqamiz:

$$\left\| T_2(Y_s^{(1)}, Y_o^{(1)}) - T_2(Y_s^{(2)}, Y_o^{(2)}) \right\| \leq |\beta P| \cdot \left\| (Y_s^{(1)} - Y_s^{(2)}) \right\| + |r_o - \delta C - \lambda| \cdot \left\| Y_o^{(1)} - Y_o^{(2)} \right\|$$

Agar shunday shart bajarilsa:

$$|\beta P| + |r_o - \delta C - \lambda| < 1$$

unda operator torayuvchi bo'ladi.

Agar har ikkala operator torayuvchi bo'lsa, unda Banax teoremasi bo'yicha ushbu sistemaning fiksirlangan nuqtasi **mavjud va u yagona** bo'ladi.

Bu degani, yashirin iqtisodiyot turg'un holatga kelishi mumkin va uning uzoq muddatli hajmi aniqlanadi.

Modelning Asosiy Natijalari

- Yechim mavjud: agar soliq siyosati, korrupsiya va davlat nazorati cheklangan qiymatlarga ega bo'lsa, unda yashirin iqtisodiyotning turg'un holati mavjud bo'ladi.

- Yechim yagona: agar soliq yuklamasi haddan tashqari yuqori bo'lmasa va korrupsiya tezligi rasmiy iqtisodiyotdan yuqori bo'lmasa, turg'un nuqta yagona bo'ladi.

- Iteratsion jarayon yordamida yaqinlashish:

$$Y_s^{(n+1)} = T_1(Y_s^{(n)}, Y_o^{(n)}),$$

$$Y_o^{(n+1)} = T_2(Y_s^{(n)}, Y_o^{(n)}).$$

Iteratsiya davomida tizim turg'un nuqtaga yaqinlashadi. [7]

Bu turg'un nuqta barqaror muvozanat holati bo'lib, yashirin iqtisodiyotning uzoq muddatli holatini ko'rsatadi.

Iteratsion algoritm yordamida yechimni topish Agar aniq yechimni olish qiyin bo'lsa, quyidagi iteratsion jarayon yordamida yaqinlashish mumkin:

$$Y_s^{(n+1)} = T(Y_s^{(n)}, Y_o^{(n)})$$

$$Y_o^{(n+1)} = T(Y_o^{(n)}, Y_s^{(n)})$$

Iteratsiyalar davomida $Y_s^{(n)}$ va $Y_o^{(n)}$ turg'un holatga yaqinlashadi.

Muhokama. Yuqorida qurilgan model orqali yashirin iqtisodiyotning rivojlanish mexanizmi va unga ta'sir etuvchi asosiy omillar – soliq bosimi, davlat nazorati va korrupsiya darajasi – o'zaro bog'langan dinamik tizim ko'rinishida ifodalandi. Modelda kasr tartibli differensial tenglamalardan foydalanish real iqtisodiy jarayonlardagi vaqt bo'yicha xotira va inertsiya effektlarini inobatga olish imkonini berdi. Bu, ayniqsa, iqtisodiy tizimlarning kechikkan javob reaksiyalarini hisobga olishda muhim ahamiyatga ega.

Modelning asosiy natijasi shundan iboratki, yashirin iqtisodiyotning hajmi bir nechta parametrlar – soliq yukining og'irligi, nazorat mexanizmlarining kuchi va korrupsiya darajasi – bilan uzviy bog'liq. Ayniqsa, soliq yuklamasining oshishi yashirin iqtisodiyot hajmining ortishiga olib kelishi modelda ochiq ko'rinadi. Aksincha, nazorat kuchaytirilganda yoki korrupsiyaga qarshi kurash samarali olib borilganda yashirin faoliyatning kamayishi mumkin.

Banax fiksirlangan nuqta teoremasi yordamida tizimning yechimining mavjudligi va yagonaligi asoslandi. Bu esa shuni anglatadiki, ma'lum parametrlar doirasida yashirin iqtisodiyotning turg'un (barqaror) holati mavjud va unga iteratsion algoritmlar yordamida yaqinlashish mumkin. Bu holat raqamli simulyatsiyalar uchun muhim nazariy asos bo'lib xizmat qiladi.

Boshqa klassik modellardan farqli ravishda, kasr tartibli yondashuv modelda vaqt bo'yicha ko'proq realistik tasvir beradi. Xususan, tizim komponentlari faqat hozirgi holatga emas, balki o'tgan holatlarga ham bog'liq bo'lgani uchun bashoratlar va tahlillar yanada chuqurlashadi. Bu esa ijtimoiy-iqtisodiy siyosat ishlab chiqishda davlat organlari uchun muhim tavsiyalar berish imkonini yaratadi. [8-9]

Shuningdek, ushbu model agentlar o'rtasidagi o'zaro ta'sirlarni yoki hududlararo farqlarni qo'shish orqali yanada kengaytirilishi mumkin. Keyingi bosqichlarda ushbu tizim asosida simulyatsiya modellarini ishlab chiqish, real statistik ma'lumotlar bilan kalibrlash va tahlil qilish rejalashtirilmoqda.

Xulosa. Ushbu maqolada yashirin iqtisodiyotning rivojlanish jarayoni dinamik tizimlar va kasr tartibli differensial tenglamalar asosida modellashtirildi. Soliq bosimi, davlat nazorati va korrupsiya darajasi kabi asosiy omillarni inobatga olgan holda tuzilgan model yashirin va rasmiy iqtisodiyot o'rtasidagi murakkab o'zaro ta'sirlarni tavsiflashga imkon berdi.

Modelda kasr tartibli yondashuvni qo'llash vaqt bo'yicha xotira effektini hisobga olishga yordam berdi va bu orqali iqtisodiy tizimlarning uzoq muddatli

dinamikasini realroq ifodalash mumkin bo‘ldi. Banax fiksirlangan nuqta teoremasi asosida modelning yechimi mavjud va yagona ekani isbotlandi, bu esa turg‘un holatlarning mavjudligini va iteratsion jarayon orqali ularga yaqinlashishni nazariy jihatdan asoslash imkonini berdi.

Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, davlat tomonidan soliq yuklamasining haddan tashqari oshirilishi yashirin iqtisodiyot hajmining ortishiga olib keladi, aksincha samarali nazorat va korrupsiyaga qarshi kurash yashirin iqtisodiy faoliyatni kamaytirishga xizmat qiladi.

Kelgusida ushbu model real statistik ma‘lumotlar asosida shakllantirilib, turli ssenariylar uchun raqamli simulyatsiyalar orqali tahlil qilinishi mumkin. Bu esa iqtisodiy siyosat ishlab chiqishda nazariy asos bo‘lib xizmat qilishi mumkin.

ADABIYOTLAR RO‘YHATI.

1. Schneider F., Enste D. H. Shadow economies: Size, causes, and consequences // *Journal of Economic Literature*. – 2000. – T. 38, № 1. – C. 77–114.
2. Schneider F. Size and development of the shadow economy of 157 worldwide countries: Updated and new measures from 1999 to 2013 / Johannes Kepler University, Department of Economics. – 2015.
3. Capasso V., Bakry D. Mathematical modeling of corruption transmission dynamics // *In: Capasso V. (Ed.), Mathematical Models in Biology and Epidemiology*. – Springer, 2009.
4. Podlubny I. Fractional Differential Equations: An Introduction to Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, to Methods of Their Solution and Some of Their Applications. – Academic Press, 1999.
5. Diethelm K. The Analysis of Fractional Differential Equations: An Application-Oriented Exposition Using Differential Operators of Caputo Type. – Springer, 2010.
6. Atangana A., Baleanu D. New fractional derivatives with non-local and non-singular kernel: Theory and application to heat transfer model // *Thermal Science*. – 2016. – T. 20, № 2. – C. 763–769.
7. Agarwal R. P., O'Regan D., Lakshmikantham V. Fixed Point Theory for Lipschitzian-type Mappings with Applications. – Springer, 2001.
8. Sabatier J., Agrawal O. P., Machado J. A. T. (Eds.). Advances in Fractional Calculus: Theoretical Developments and Applications in Physics and Engineering. – Springer, 2007.
9. Barykin F., Lakshtanov E., Shcherbakov V. Mathematical modeling of the hidden economy as a contagious process // *Automation and Remote Control*. – 2016. – T. 77, № 4. – C. 703–713.