

UCH O'LCHOVLI ELASTIK HISOBLASHNING IKKI O'LCHOVLI HISOBLASHGA NISBATAN SAMARADORLIGI

Mahamadaziz Rasulmuhamedov Mahamadaminovich

Professor, Fizika-matematika fanlari nomzodi

Toshkent davlat transport universiteti

prof.rasulmukhamedov@gmail.com

Shukurova Shohsanam Bahriddin qizi

Tayanch doktorant

Toshkent davlat transport universiteti

shoxsanamm2896@gmail.com

Annotatsiya - Ushbu maqolada muhandislik konstruksiyalarini elastik holatda hisoblashda ikki o'lchovli va uch o'lchovli modellashtirish yondashuvlarining samaradorligi qiyosiy jihatdan tahlil qilingan. Tadqiqotda ikki o'lchovli hisoblashda qo'llaniladigan tekis kuchlanish va tekis deformatsiya holatlarining asosiy farazlari, ularning qo'llanish shartlari hamda hisoblash natijalariga ta'siri ko'rib chiqilgan. Ikki o'lchovli modellar konstruksiyaning geometrik shakli va yuklanish sharoiti sodda bo'lgan hollarda hisoblash jarayonini tezlashtiradi, biroq ayrim fazoviy kuchlanish va deformatsiya holatlarini to'liq aks ettira olmaydi. Shu sababli murakkab shakldagi konstruksiyalar uchun uch o'lchovli modellashtirishning afzalliklari alohida o'rganilgan. Xususan, fazoviy kuchlanish holati, mahalliy kuchlanishlar konsentratsiyasi, buralish, ko'ndalang deformatsiyalar hamda tayanch va birikma zonalarida yuzaga keladigan murakkab jarayonlarni aniqroq ifodalash imkoniyatlari tahlil qilingan. Hisoblash natijalarini baholashda aniqlik, kompyuter resurslari, modellashtirish vaqti, material sarfi va iqtisodiy samaradorlik asosiy mezon sifatida qabul qilingan. Olingan natijalar uch o'lchovli hisoblash dastlab ikki o'lchovli hisoblashga nisbatan ko'proq vaqt va hisoblash resurslarini talab qilishini ko'rsatdi. Biroq murakkab konstruksiyalarda uch o'lchovli model real ish sharoitini to'liqroq ifodalab, kuchlanish va deformatsiyalarni aniqroq baholashga imkon beradi. Natijada konstruksiyaning ayrim qismlarida ortiqcha mustahkamlik zaxirasini kamaytirish, materialdan oqilona foydalanish va loyihalash qarorlarining asoslanganligini oshirish mumkin. Ayniqsa, tayanchlar, teshiklar, keskin geometrik o'zgarishlar va birikmalar mavjud bo'lgan konstruksiyalarda uch o'lchovli yondashuv mahalliy kuchlanishlarning taqsimlanishini batafsil ko'rsatadi. Shu jihatdan u nafaqat nazariy hisoblash, balki amaliy loyihalash uchun ham foydali hisoblanadi. Mazkur natijalar hisoblash usulini konstruksiya xususiyatlariga mos tanlash zarurligini ko'rsatadi va muhandislik amaliyotida hisoblash samaradorligini oshirishga xizmat qiladi.

Kalit so'zlar - elastik hisoblash, ikki o'lchovli model, uch o'lchovli model, chekli elementlar usuli, kuchlanish, deformatsiya, ko'chish, fazoviy konstruksiya, hisoblash aniqligi, iqtisodiy samaradorlik.

KIRISH

Zamonaviy muhandislikda bino va inshootlar, mashina va mexanizm detallari, konstruktiv elementlar hamda turli texnik tizimlarning mustahkamligi va deformatsion holatini oldindan baholash muhim ahamiyat kasb etadi. Konstruksiyaning tashqi yuklar ta'siridagi holatini to'g'ri aniqlash uning ishonchliligi, xavfsizligi va uzoq muddat xizmat qilishini ta'minlashda asosiy omillardan biri hisoblanadi. Shu sababli elastiklik nazariyasi va unga asoslangan sonli hisoblash usullari zamonaviy mexanika hamda

muhandislik loyihalashining ajralmas qismiga aylangan. Murakkab geometrik shakl, turli chegaraviy shartlar va yuklanish holatlariga ega konstruksiyalarni hisoblashda ayniqsa chekli elementlar usulidan keng foydalaniladi.

Muhandislik hisoblarida konstruksiya holatini ikki oʻlchovli (2D) yoki uch oʻlchovli (3D) model orqali ifodalash mumkin. Ikki oʻlchovli hisoblashlarda real fazoviy konstruksiya maʼlum farazlar asosida soddalashtirilib, tekis kuchlanish yoki tekis deformatsiya holatida qaraladi. Bunday yondashuv modelni yaratishni soddalashtiradi, elementlar va erkinlik darajalari sonini kamaytiradi hamda hisoblash vaqtini qisqartiradi. Shu sababli 2D modellar dastlabki muhandislik hisoblarida va geometrik jihatdan sodda obyektlarni tahlil qilishda samarali vosita hisoblanadi.

Biroq real konstruksiyalarda kuchlanish va deformatsiyalar koʻpincha fazoning barcha yoʻnalishlari boʻyicha taqsimlanadi. Konstruksiya qalinligining oʻzgarishi, teshiklar, keskin geometrik oʻtishlar, lokal kuchlar, murakkab tayanch shartlari va nosimmetrik yuklanishlar mavjud boʻlganda ikki oʻlchovli model qabul qiladigan soddalashtiruvchi farazlar real mexanik holatni toʻliq ifodalay olmasligi mumkin. Bunday vaziyatlarda uch oʻlchovli elastik model konstruksiyadagi normal va urinma kuchlanishlar, siljishlar hamda deformatsiyalarning fazoviy taqsimotini batafsil aniqlash imkonini beradi. Shu bilan birga 3D modellashtirishda elementlar sonining koʻpayishi, hisoblash matritsalarining kattalashishi va kompyuter resurslariga boʻlgan talabning ortishi hisoblash jarayonini murakkablashtiradi.

Shu sababli amaliy hisoblash mexanikasida muhim ilmiy-amaliy muammo yuzaga keladi: qaysi holatlarda ikki oʻlchovli model yetarli aniqlikni taʼminlaydi va qaysi sharoitlarda uch oʻlchovli hisoblashdan foydalanish zarur? Ushbu masalada faqat hisob natijalarining aniqligini emas, balki hisoblash vaqti, modelning murakkabligi, elementlar va erkinlik darajalari soni hamda kompyuter resurslari sarfini ham hisobga olish zarur. Demak, 2D va 3D modellar samaradorligini kompleks mezonlar asosida taqqoslash dolzarb ilmiy masala hisoblanadi.

Mazkur tadqiqotning maqsadi — bir xil elastik konstruksiya uchun ikki oʻlchovli va uch oʻlchovli sonli modellarni yaratish hamda ularning hisoblash natijalarini aniqlik va hisoblash samaradorligi mezonlari boʻyicha miqdoriy taqqoslash orqali 3D hisoblashdan foydalanish maqsadga muvofiq boʻladigan sharoitlarni aniqlashdir.

Tadqiqot maqsadiga erishish uchun quyidagi vazifalar belgilandi:

1. elastik jismni ikki va uch oʻlchovli modellashtirishning nazariy asoslarini tahlil qilish;
2. bir xil geometrik va fizik xususiyatlarga ega konstruksiyaning 2D va 3D hisoblash modellarini shakllantirish;
3. modellarga bir xil material xossalari, yuklanish va chegaraviy shartlarni qoʻllash;
4. ikki modelda hosil boʻladigan siljish, deformatsiya, normal, urinma va ekvivalent kuchlanishlarni taqqoslash;
5. toʻr zichligining hisob natijalari va hisoblash vaqtiga taʼsirini baholash;
6. 2D va 3D modellar uchun elementlar soni, erkinlik darajalari, hisoblash vaqti hamda talab etiladigan hisoblash resurslarini oʻzaro solishtirish;
7. ikki oʻlchovli modeldan foydalanish mumkin boʻlgan hamda uch

o'lchovli hisoblash talab qilinadigan holatlarni aniqlash uchun baholash mezonlarini shakllantirish.

Tadqiqotning ob'ekti sifatida tashqi yuklar ta'sirida elastik deformatsiyalanuvchi konstruktiv element qabul qilinadi. Tadqiqotning predmeti esa mazkur konstruktiv elementning ikki va uch o'lchovli sonli modellarida yuzaga keladigan kuchlanish-deformatsiya holati hamda ushbu modellar hisoblash samaradorligi o'rtasidagi farqlardan iborat.

Tadqiqotning gipotezasi shundan iboratki, geometrik shakli, yuklanishi va chegaraviy shartlari tekis masala farazlariga mos keladigan konstruksiyalarda 2D model kam hisoblash resurslari sarflagan holda 3D modelga yaqin natijalar berishi mumkin; fazoviy effektlar va lokal kuchlanish konsentratsiyalari kuchaygan sari esa to'liq 3D modeldan foydalanish zarurati ortadi.

Tadqiqotning ilmiy yangiligi ikki va uch o'lchovli elastik hisoblashlarning samaradorligini faqat kuchlanish yoki deformatsiya qiymatlaridagi farq asosida emas, balki natijalar aniqligi, hisoblash vaqti, to'r zichligi, elementlar va erkinlik darajalari soni hamda hisoblash resurslari sarfini o'zaro bog'liq holda baholashga qaratilgan kompleks yondashuvni qo'llashdan iborat. Mazkur yondashuv 2D modelning yetarlilik chegarasini va 3D modellashtirishni qo'llash zarur bo'lgan sharoitlarni aniqroq belgilashga qaratiladi.

ADABIYOTLAR SHARHI

Uch o'lchovli elastik hisoblashning ikki o'lchovli hisoblashga nisbatan samaradorligini baholash zamonaviy hisoblash mexanikasi va chekli elementlar usulining muhim masalalaridan biridir. Muhandislik amaliyotida ikki o'lchovli (2D) modellar hisoblash jarayonini soddalashtirishi va hisoblash vaqtini sezilarli kamaytirishi sababli keng qo'llaniladi. Bunda konstruksiyaning fazoviy holati odatda tekis kuchlanish (plane stress) yoki tekis deformatsiya (plane strain) farazlari orqali ifodalanadi.

Tekis kuchlanish holatida qalinlik yo'nalishidagi kuchlanish komponentlari juda kichik deb qabul qilinsa, tekis deformatsiya masalasida uchinchi yo'nalishdagi deformatsiya cheklangan deb qaraladi. Bunday soddalashtirishlar ma'lum geometrik va yuklanish sharoitlarida yuqori aniqlik berishi mumkin, biroq konstruksiyaning geometrik shakli, qalinligi, chegaraviy shartlari yoki yuk taqsimoti uch o'lchovli xarakterga ega bo'lganda 2D yondashuvning aniqligi pasayadi [1, 2]. Chen, Jiang va Spencer tekis kuchlanish masalalarini 3D material modellaridan foydalangan holda yechish imkonini beruvchi aralash formulatsiyani ishlab chiqib, to'g'ri tanlangan 2D model uch o'lchovli hisoblashlarga nisbatan ancha kam hisoblash resursini talab qilishi mumkinligini ko'rsatgan [1].

So'nggi yillardagi tadqiqotlar 2D va 3D hisoblash o'rtasidagi farqni faqat geometrik o'lchamlar soni bilan izohlash yetarli emasligini ko'rsatadi. Ahmadi va boshqalar tomonidan 2025-yilda o'tkazilgan tadqiqotda tekis kuchlanish, tekis deformatsiya hamda to'liq uch o'lchovli chekli element modellari bir xil masalalar uchun taqqoslangan [2]. Natijalar konstruksiyaning qalinligi kichik va qalinlik yo'nalishidagi cheklanishlar zaif bo'lgan hollarda plane-stress modeli 3D natijalariga

juda yaqin qiymatlar berishini ko'rsatgan. Aksincha, jism uchinchi yo'nalishda deformatsiyalanishi cheklangan masalalarda 3D yechim plane-strain modeliga yaqinlashgan. Demak, ikki o'lchovli modelning aniqligi uning o'zidan ko'ra, tanlangan fizik farazning real konstruksiya holatiga qanchalik mos kelishiga bog'liq. Shu jihatdan 2D hisoblash universal ravishda 3D hisoblashning o'rnini bosa olmaydi [2].

2D modellashtirishning asosiy ustunligi hisoblash samaradorligida namoyon bo'ladi. Ahmadi va boshqalarning hisoblash tajribalarida eng zich to'r qo'llanilgan holatda to'liq 3D modelning hisoblash vaqti plane-stress modelinikidan taxminan 50 marta katta bo'lgan [2]. Buning asosiy sababi 3D modelda tugunlar va erkinlik darajalari sonining keskin ortishi, shuningdek, hajm bo'yicha ko'proq integratsiya amallarining bajarilishidir. Nguyen va boshqalar ham 2D va 3D geometrik nochiqli masalalarni o'rganib, elementlar soni va integratsiya nuqtalari hisoblash xarajatiga bevosita ta'sir qilishini qayd etgan [3]. Ularning tadqiqotlari hisoblash algoritmini optimallashtirish 3D modellashtirishdagi resurs sarfini kamaytirishi mumkinligini ko'rsatsa-da, bir xil diskretlashtirish aniqligida uch o'lchovli masalalar baribir ko'proq hisoblash quvvatini talab qiladi [3].

Biroq hisoblash tezligi 2D modelning mutlaq ustunligini bildirmaydi. Uch o'lchovli elastiklik nazariyasining asosiy afzalligi — jism ichidagi kuchlanish va deformatsiyalarning barcha fazoviy komponentlarini aniqlash imkoniyatidir. Ikki o'lchovli modelda qalinlik yo'nalishidagi ayrim komponentlar oldindan nol yoki o'zgarmas deb qabul qilinadi, 3D modelda esa ushbu qiymatlar yechimning o'zi orqali aniqlanadi. Natijada lokal yuklar, keskin geometrik o'zgarishlar, teshiklar, birikmalar, qalinlikning o'zgarishi hamda chegaralardagi fazoviy effektlar mavjud bo'lgan hollarda 3D hisoblashlar real kuchlanish holatini to'liqroq ifodalashi mumkin. Monsalve va boshqalarning 2022-yildagi tadqiqotida 2D FEM, analitik yondashuv va 3D sonli model orqali aniqlangan kuchlanishlar taqqoslangan. Mualliflar 2D model ayrim ustunlardagi kuchlanish darajasini kamaytirib ko'rsatishini, to'liq 3D model esa real geometrik va fazoviy ta'sirlarni yaxshiroq aks ettirishini aniqlagan [4].

Shuningdek, konstruksiyadagi lokal kuchlanish konsentratsiyalarini baholashda 3D modelning ahamiyati ortadi. Yoriqlar yoki lokal nuqsonlar mavjud yupqa konstruksiyalarda qalinlik bo'yicha kuchlanish holati bir xil bo'lmasligi mumkin. Kraft, Fällgren va Vormwald yupqa qobiqlardagi yoriqlar uchun kuchlanish intensivligi koeffitsiyentlarini hisoblashda 2D qobiq modelini to'liq 3D chekli element modeli bilan tekshirgan [5]. Tadqiqot qobiq modeli global masalalar uchun samarali ekanini ko'rsatgan bo'lsa-da, yoriq uchidagi kuchlanish va siljish maydonlarining qalinlik bo'yicha o'zgarishi mohiyatan uch o'lchovli ekanligi ta'kidlangan. Bu holat 2D modellashtirishda global natijalar yetarlicha aniq bo'lishi mumkin, ammo mahalliy kuchlanish holatini baholash uchun 3D hisoblash zarurligini ko'rsatadi [5].

Boshqa tomondan, zamonaviy tadqiqotlarda 3D modelning aniqligini saqlagan holda uning hisoblash xarajatini kamaytirish maqsadida ekvivalent 2D modellar ishlab chiqilmoqda. Wang va boshqalar uchburchak asalari uyasi shaklidagi sendvich panellar uchun variatsion-asimptotik usul asosidagi 2D ekvivalent plastina modelini taklif qilgan [6]. Modelning statik siljishlari, tebranish xususiyatlari va bukilish natijalari to'liq 3D FEM hamda eksperimental ma'lumotlar bilan solishtirilgan va global

konstruktiv javobni yetarli darajada aniq ifodalashi ko'rsatilgan. Ushbu natija 2D modellashirishning imkoniyatlari soddalashtirilgan klassik plane-stress yoki plane-strain modellar bilan cheklanmasligini, maxsus ekvivalentlashtirish usullari orqali murakkab 3D mikrostrukturani ham 2D shaklda aks ettirish mumkinligini ko'rsatadi [6].

Shunga o'xshash natija Dao, Duong va Luong tomonidan sendvich konstruksiyalarni tadqiq qilishda olingan [7]. Mualliflar uch o'lchovli geometrik model o'rniga gomogenlashtirishga asoslangan ekvivalent 2D modeldan foydalanib, turli yuklanish holatlarida ikki model natijalarini solishtirgan. Ekvivalent model 3D modelga nisbatan natijalarning yuqori mosligini saqlagan holda model yaratish va protsessor hisoblash vaqtini sezilarli kamaytirgan [7].

Mikkelsen va boshqalar esa laminatlardagi yoriqlarni tahlil qilish uchun maxsus 2D chekli element formulatsiyasini ishlab chiqib, ayrim masalalarda to'liq 3D modelga nisbatan to'rt tartibgacha hisoblash tezlashuvi olish mumkinligini ko'rsatgan [8]. Bu natijalar 2D hisoblashning kuchli tomoni aynan oldindan ma'lum fizik xususiyatlarni to'g'ri ekvivalentlashtirish orqali namoyon bo'lishini tasdiqlaydi.

Ko'rib chiqilgan tadqiqotlar orasida muhim qarama-qarshilik mavjud. Bir guruh ishlarda 2D ekvivalent modellar 3D natijalarini yuqori aniqlikda qayta hosil qilishi va hisoblash vaqtini bir necha o'n yoki hatto minglab martagacha qisqartirishi ko'rsatilgan [2, 7, 8]. Boshqa tadqiqotlarda esa fazoviy cheklanish, murakkab geometriya va lokal kuchlanish konsentratsiyalari mavjud bo'lganda 2D model sezilarli xatolarga olib kelishi aniqlangan [4, 5]. Ushbu natijalar bir-biriga zid emas: ular 2D modelning samaradorligi uning asosiy farazlari bajarilgandagina yuqori bo'lishini, 3D model esa kamroq soddalashtirish talab qilishi tufayli kengroq masalalar sinfida ishonchli ekanligini ko'rsatadi.

Shu sababli 3D hisoblashning 2D hisoblashga nisbatan "samaradorligi"ni faqat hisoblash vaqtiga ko'ra emas, balki aniqlik, lokal kuchlanishlarni aniqlash qobiliyati, model yaratish murakkabligi, erkinlik darajalari soni va kompyuter resurslari sarfi kabi mezonlar majmuasi orqali baholash maqsadga muvofiqdir [1–8].

Adabiyotlar tahlili shuni ko'rsatadiki, mavjud ishlarning aksariyati 2D va 3D modellarni ma'lum bir konstruksiya turi — sendvich panel, kompozit, yoriqli detal yoki geotexnik obyekt — doirasida taqqoslaydi [4, 6–8]. Natijada 3D va 2D elastik hisoblashlarning samaradorligini bir xil geometrik model, bir xil material xususiyatlari, yuklanish va chegaraviy shartlar hamda to'r zichligi o'zgarishi sharoitida kompleks baholaydigan umumlashtirilgan taqqoslashlar yetarli emas.

Ayniqsa, natijalar aniqligidagi farqni hisoblash vaqti, erkinlik darajalari soni va hisoblash resurslari bilan birgalikda baholash zarurati saqlanib qolmoqda. Mazkur ilmiy ish aynan ushbu bo'shliqni to'ldirishga qaratilib, bir xil elastik masalaning 2D va 3D modellarida siljishlar, normal va urinma kuchlanishlar, ekvivalent kuchlanishlar hamda hisoblash xarajatlarini o'zaro taqqoslashni nazarda tutadi. Bunday yondashuv natijasida qaysi sharoitlarda 2D model yetarli aniqlik berishi va qaysi hollarda to'liq 3D hisoblashdan foydalanish zarurligini miqdoriy mezonlar asosida aniqlash imkoniyati yaratiladi.

METODOLOGIYA

1. Elastik masalaning matematik ifodasi

Elastik jismning kuchlanish-deformatsiyalangan holati muvozanat tenglamalari, geometrik munosabatlar, materialning fizik tenglamalari va chegaraviy shartlar orqali ifodalanadi.

Uch o'lchovli holat uchun muvozanat tenglamalari quyidagi ko'rinishga ega:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + Z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Bu yerda $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ — normal kuchlanishlar; $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ — urinma kuchlanishlar; X, Y, Z — hajmiy kuchlarning koordinata o'qlari bo'yicha tashkil etuvchilari [9].

Kichik deformatsiyalar nazariyasida deformatsiya va ko'chishlar orasidagi munosabatlar:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Izotrop material uchun umumlashgan Guk qonuni matritsa shaklida quyidagicha yoziladi:

$$\sigma = D\varepsilon$$

[D]

$$= \begin{bmatrix} \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} & \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} & \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} & \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} & \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} & \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)} & \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\mu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E}{2(1+\mu)} \end{bmatrix}$$

bu yerda uch o'lchovli holatda kuchlanishlar vektori oltita komponentdan tashkil topadi $\sigma = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}\}$, deformatsiyalar vektori ham oltita komponentdan iboratdir $\varepsilon = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}\}$, [D] — materialning

elastiklik matritsasi [11].

Shunday qilib, uch o'lchovli model jismda paydo bo'ladigan barcha normal va urinma kuchlanishlarni hisobga oladi.

2. Ikki o'lchovli elastik hisoblash xususiyatlari

Ikki o'lchovli modellar, odatda, tekis kuchlanish yoki tekis deformatsiya holatlariga asoslanadi.

Yupqa plastina yoki devor konstruksiyasida qalinlik boshqa o'lchamlarga nisbatan juda kichik bo'lsa, tekis kuchlanish holati qabul qilinishi mumkin:

$$\sigma_{zz}=0, \tau_{yz} = 0, \tau_{xz} = 0.$$

Uzunligi ko'ndalang kesim o'lchamlariga nisbatan juda katta bo'lgan konstruksiyalarda tekis deformatsiya holati qabul qilinadi:

$$\sigma_{zz}=0, \tau_{yz} = 0, \tau_{xz} = 0; \varepsilon_{zz} = 0, \gamma_{yz} = 0, \gamma_{xz} = 0.$$

Ikki o'lchovli hisoblashning asosiy afzalliklari quyidagilardan iborat:

- hisoblash modeli nisbatan sodda tuziladi;
- chekli elementlar va tugunlar soni kam bo'ladi;
- kompyuter xotirasiga talab pasayadi;
- hisoblash natijalari qisqa vaqtda olinadi;
- dastlabki loyihalash bosqichida variantlarni tez taqqoslash mumkin;
- natijalarni tahlil qilish va tushuntirish osonlashadi.

Biroq ikki o'lchovli hisoblashda konstruksiyaning qalinligi bo'yicha kuchlanishlar taqsimoti, fazoviy buralish, notekis yuklanish, mahalliy kuchlanish konsentratsiyasi va tayanch zonalaridagi murakkab holatlar to'liq hisobga olinmaydi [10, 11].

3. Uch o'lchovli elastik hisoblashning xususiyatlari

Uch o'lchovli model konstruksiyani fazoviy jism sifatida qarab, uning uzunligi, kengligi va balandligi bo'yicha geometrik xususiyatlarini to'liq aks ettiradi [12]. Bunda har bir tugun uchun uchta asosiy ko'chish komponenti aniqlanadi:

$$u=u(x,y,z), v=v(x,y,z), w=w(x,y,z).$$

Chekli elementlar usulida uch o'lchovli jism tetraedr yoki geksaedr ko'rinishidagi chekli elementlarga ajratiladi. Har bir element uchun qattqlik matritsasi:

$$[K]^{(e)} = \int_{v_e} [B]^T [D][B] dV$$

formula orqali aniqlanadi.

Barcha elementlarning qattqlik matritsalarini umumiy koordinatalar tizimida yig'ilib, quyidagi tenglamalar sistemasi hosil qilinadi:

$$[K]\{U\}=\{F\},$$

bu yerda $[K]$ — konstruksiyaning global qattqlik matritsasi, $\{U\}$ — tugun ko'chishlari vektori, $\{F\}$ — tashqi kuchlar vektori.

Uch o'lchovli hisoblash quyidagi holatlarni aniq ifodalash imkonini beradi:

konstruksiyaning qalinligi bo'yicha kuchlanishlar o'zgarishi;

bir vaqtda egilish, siqilish, cho'zilish va buralish ta'siri;

teshiklar, bo'shliqlar, kesim o'zgarishlari va murakkab geometriya ta'siri;

tayanchlar va yuk qo'yilgan nuqtalar atrofidagi mahalliy kuchlanishlar;
simmetrik bo'lmagan yuklanish;
turli materiallardan tashkil topgan konstruksiyalarning birgalikdagi ishi;
kontakt zonalari va fazoviy bog'lanishlar;
konstruksiyaning barcha yo'nalishlardagi ko'chish va deformatsiyalari.

TAHLIL VA NATIJALAR

4. Ikki va uch o'lchovli modellarni qiyosiy tahlil qilish

1-jadval.

Ikki va uch o'lchovli modellarning qiyosiy tahlili

Baholash mezonlari	Ikki o'lchovli model	Uch o'lchovli model
Geometrik ifodalash	Soddalashtirilgan	Geometriya to'liq ifodalanadi
Kuchlanish komponentlari	Ayrim komponentlar hisobga olinmaydi	Olti komponent hisobga olinadi
Qalinlik bo'yicha tahlil	Cheklangan	To'liq bajariladi
Buralishni hisobga olish	Soddalashtirilgan	Fazoviy buralish aniq hisoblanadi
Mahalliy kuchlanishlar	Nisbatan past aniqlikda	Yuqori aniqlikda aniqlanadi
Model tayyorlash vaqti	Kam	Ko'proq
Hisoblash vaqti	Qisqa	Nisbatan uzoq
Kompyuter xotirasi	Kam talab qilinadi	Katta hajm talab qilinadi
Natijalarning aniqligi	Sodda konstruksiyalar uchun yetarli	Murakkab konstruksiyalar uchun yuqori
Loyihaviy optimallashtirish	Imkoniyatlari cheklangan	Keng imkoniyatlarga ega
Material sarfini baholash	Ortiqcha zaxira paydo bo'lishi mumkin	Materialdan oqilona foydalaniladi
Qo'llanish sohasi	Dastlabki va soddalashtirilgan hisob	Yakuniy va murakkab muhandislik hisobi

Jadvaldan ko'rinadiki, ikki o'lchovli model hisoblash tezligi bo'yicha ustunlikka ega. Uch o'lchovli model esa natijalarning to'liqligi va ishonchliligi bo'yicha samarali hisoblanadi.

5. Hisoblash aniqligiga ta'sir etuvchi omillar

Uch o'lchovli model har doim avtomatik ravishda aniq natija beradi, degan xulosaga kelish to'g'ri emas [13]. Uning aniqligi quyidagi omillarga bog'liq:

- chekli elementlar turini to'g'ri tanlash;
- chekli elementlar to'rining zichligi;
- material xususiyatlarining ishonchli kiritilishi;
- chegaraviy shartlarning real holatga mosligi;
- yuklarning to'g'ri taqsimlanishi;
- hisoblash algoritmining barqarorligi;
- natijalarning tajriba yoki analitik yechimlar bilan tekshirilishi.

Juda yirik chekli elementlardan foydalanilsa, mahalliy kuchlanishlar yetarlicha aniq topilmaydi. Haddan tashqari mayda to'r esa hisoblash vaqtini va kompyuter xotirasi sarfini asossiz oshiradi. Shuning uchun kuchlanishlar konsentratsiyasi

kuzatiladigan teshiklar, tayanchlar, kesim o'zgarishlari va yuk qo'yilgan zonalarda to'rtinchi mahalliy ravishda maydalash maqsadga muvofiq.

6. Uch o'lchovli hisoblashning texnik samaradorligi

Uch o'lchovli hisoblashning texnik samaradorligi konstruksiyaning haqiqiy ishlash holatini aniqroq ifodalash bilan belgilanadi. Masalan, qutisimon ko'priklarning oraliq qurilmasida tashqi yuk ta'sirida faqat egilish emas, balki buralish, devorlarning mahalliy egilishi va yuqori hamda pastki plitalarda fazoviy kuchlanishlar ham paydo bo'ladi.

Ikki o'lchovli modelda konstruksiya alohida sterjen, plastina yoki rama elementlari sifatida qaralishi mumkin. Bunday hisob umumiy eguvchi moment va ko'ndalang kuchlarni aniqlashda qoniqarli natija beradi [14]. Biroq diafragma, tayanch, teshik va qalinlik o'zgargan zonalardagi kuchlanishlarni aniq baholay olmaydi.

Uch o'lchovli hisoblash natijasida:

xavfli zonalarning joylashuvi aniq belgilanadi;

asosiy, ekvivalent va urinma kuchlanishlar topiladi;

konstruksiyaning fazoviy deformatsiyalangan shakli olinadi;

armatura yoki mustahkamlovchi elementlarni oqilona joylashtirish mumkin bo'ladi;

ortiqcha material ishlatilgan qismlar aniqlanadi;

konstruktiv yechimlarni optimallashtirish imkonini yaratiladi [15].

7. Iqtisodiy samaradorlik

Uch o'lchovli hisoblashning iqtisodiy samaradorligi faqat dastur yoki kompyuter resurslari sarfi bilan baholanmasligi kerak. Bunda loyihalash, qurilish, ekspluatatsiya va ta'mirlash xarajatlari birgalikda hisobga olinishi lozim [16].

Umumiy iqtisodiy samara quyidagi ifoda orqali baholanishi mumkin:

$$E = (C_2D - C_3D) - \Delta Ch_{sob},$$

bu yerda C_2D — ikki o'lchovli hisob natijasida qabul qilingan konstruksiyaning umumiy qiymati; C_3D — uch o'lchovli hisob asosida optimallashtirilgan konstruksiya qiymati; ΔCh_{sob} — uch o'lchovli modelni tayyorlash va hisoblash uchun sarflangan qo'shimcha mablag' [17, 18].

Material tejamligi quyidagicha aniqlanadi:

$$\eta_m = \frac{|M_2D - M_3D|}{M_2D} * 100\%$$

bu yerda M_2D va M_3D — tegishli ikki va uch o'lchovli hisoblar asosida qabul qilingan konstruksiya materialining miqdori.

Shartli hisoblash misolida ikki o'lchovli model bo'yicha konstruksiya uchun 1000 tonna material talab qilinsin. Uch o'lchovli tahlil va optimallashtirish natijasida material sarfi 940 tonnaga kamaytirilsa [19]:

$$\eta_m = \frac{|1000 - 940|}{1000} * 100\% = 6\%$$

Demak, konstruksiyaning mustahkamligi va birligi ta'minlangan holda 6 foiz material tejaldi. Bu yerda keltirilgan qiymat namunaviy bo'lib, haqiqiy samara konstruksiya turi, yuklanish holati va loyihaviy yechimlarga bog'liq.

Uch o'ldhovli hisoblash quyidagi iqtisodiy natijalarni ta'minlashi mumkin:

- beton va metall sarfini kamaytirish;
- konstruksiyaning xususiy og'irligini pasaytirish;
- poydevor va tayanchlarga tushadigan yukni kamaytirish;
- xavfli zonalarni oldindan aniqlash;
- avariya va ta'mirlash xavfini pasaytirish;
- konstruksiyaning xizmat muddatini oshirish;
- loyihadagi asossiz mustahkamlik zaxiralarini bartaraf etish;
- bir nechta konstruktiv variantlarni tez taqqoslash [20, 21].

8. Uch o'ldhovli modelning hisoblash xarajatlari

Uch o'ldhovli modelning asosiy kamchiligi — erkinlik darajalari sonining keskin ortishidir. Agar har bir yo'nalish bo'yicha chekli elementlar soni shartli ravishda n ga teng bo'lsa, ikki o'ldhovli modelda elementlar soni taxminan n^2 , uch o'ldhovli modelda esa n^3 tartibda ortadi.

- Shu sababli uch o'ldhovli hisobda:
- global qattqlik matritsasi kattalashadi;
- operativ xotira sarfi ortadi;
- tenglamalar sistemasini yechish vaqti uzayadi;
- natijalarni qayta ishlash uchun katta hajmdagi ma'lumotlar hosil bo'ladi;
- modelni tekshirish va xatolarni aniqlash murakkablashadi [22].

Biroq zamonaviy hisoblash texnikasi, parallel algoritmlar, adaptiv to'rlar va samarali sonli usullar bu kamchiliklarni sezilarli darajada kamaytirmoqda. Shuningdek, modelning simmetriyasidan foydalanish, ikkinchi darajali geometrik qismlarni soddalashtirish va to'rtinchi faqat zarur zonalarida maydalash orqali hisoblash xarajatlarini optimallashtirish mumkin.

9. Hisoblash modelini tanlash bo'yicha tavsiyalar

Ikki o'ldhovli modeldan quyidagi holatlarda foydalanish maqsadga muvofiq: konstruksiya geometriyasi va yuklanishi tekislikka nisbatan simmetrik bo'lsa;

- uchinchi yo'nalishdagi o'ldham va xususiyatlar o'ldgarmas bo'lsa;
- qalinlik bo'yicha kuchlanishlarni hisobga olmaslik mumkin bo'lsa;
- dastlabki loyihalash yoki variantlarni tanlash amalga oshirilsa;
- fazoviy ta'sirlar juda kichik bo'lsa.
- Uch o'ldhovli model quyidagi holatlarda zarur:
- konstruksiya murakkab fazoviy geometriyaga ega bo'lsa;
- yuklar simmetrik bo'ldmagan holda ta'sir qilsa;
- egilish va buralish birgalikda kuzatilsa;
- konstruksiyada teshik, bo'shliq yoki kesimning keskin o'ldgarishi mavjud

bo'lsa;

- mahalliy kuchlanishlar muhim ahamiyatga ega bo'lsa;
- kontakt va tayanch zonalarini tahlil qilish talab etilsa;
- yakuniy loyihaviy qaror qabul qilinsa;

– material sarfini optimallashtirish zarur bo'lsa [23, 24].

Eng samarali yondashuv ikki bosqichli hisoblash hisoblanadi. Birinchi bosqichda soddalashtirilgan ikki o'lchovli model yordamida konstruksiyaning umumiy ishlash holati va asosiy o'lchamlari aniqlanadi. Ikkinchi bosqichda uch o'lchovli model asosida xavfli zonalar, fazoviy ta'sirlar va mahalliy kuchlanishlar tekshiriladi.

MUHOKAMA

O'tkazilgan qiyosiy tahlil ikki va uch o'lchovli elastik hisoblash usullarining samaradorligi bir xil mezon bilan baholanmasligini ko'rsatadi. Tadqiqotning kirish qismida belgilangan asosiy maqsad 2D va 3D elastik hisoblash usullarini taqqoslash, ularning afzallik va cheklanishlarini aniqlash hamda uch o'lchovli hisoblashning texnik-iqtisodiy samaradorligini baholashdan iborat edi. Tahlil natijalari ushbu masalada hisoblash tezligi, natijalar aniqligi, modelning geometrik imkoniyatlari, kompyuter resurslari sarfi va keyingi loyihaviy optimallashtirish imkoniyatlarini birgalikda hisobga olish zarurligini ko'rsatadi.

Ikki va uch o'lchovli modellarni qiyoslash natijalariga ko'ra, 2D modelning asosiy ustunligi uning hisoblash jihatidan soddaligidadir. Ikki o'lchovli yondashuvda geometriya soddalashtirilishi, elementlar va tugunlar sonining kamayishi hamda ayrim fazoviy komponentlarning hisobdan chiqarilishi global qattqlik matritsasi hajmini kamaytiradi. Natijada kompyuter xotirasiga bo'lgan talab pasayadi va hisoblash natijalari qisqa vaqt ichida olinadi. Bu xususiyat ayniqsa dastlabki loyihalashda bir nechta konstruktiv variantlarni tezkor taqqoslash uchun muhim hisoblanadi. Shu ma'noda 2D modelni "aniqligi past model" deb emas, balki ma'lum geometrik va yuklanish shartlarida yetarli aniqlikni kamroq hisoblash xarajati bilan ta'minlovchi soddalashtirilgan model sifatida baholash maqsadga muvofiq.

Biroq qiyosiy tahlil 2D modelning samaradorligi uning asosiy farazlari bajariladigan holatlar bilan chegaralanishini ham ko'rsatadi. Tekis kuchlanish yoki tekis deformatsiya sxemasida konstruksiyaning uchinchi yo'nalishdagi ayrim xususiyatlari soddalashtiriladi. Natijada qalinlik bo'yicha kuchlanishlarning o'zgarishi, fazoviy buralish, nosimmetrik yuklanish, mahalliy kuchlanish konsentratsiyasi hamda tayanch va birikma zonalaridagi murakkab kuchlanish-deformatsiya holatlari to'liq hisobga olinmaydi. Shu sababli sodda geometriyali konstruksiyada yetarli bo'lgan 2D model murakkab fazoviy konstruksiyada bir xil darajada ishonchli bo'lmasligi mumkin.

Uch o'lchovli modelning asosiy afzalligi aynan shu cheklovni bartaraf etishidadir. 3D model konstruksiyani uzunlik, kenglik va balandlik bo'yicha to'liq fazoviy jism sifatida ifodalaydi hamda uchta normal va uchta urinma kuchlanish komponentini hisobga olish imkonini beradi. Natijada konstruksiyadagi egilish, siqilish, cho'zilish va buralishning birgalikdagi ta'siri, qalinlik bo'yicha kuchlanishlarning o'zgarishi, teshiklar, bo'shliqlar, kesim o'zgarishlari va tayanch zonalaridagi mahalliy effektlarni batafsilroq tahlil qilish mumkin. Bu xususiyat tadqiqotda ilgari surilgan "murakkab konstruksiyalarda 3D model real ishlash sharoitiga yaqinroq natija beradi" degan fikrni nazariy jihatdan asoslaydi.

Mazkur natijalar chekli elementlar usuliga oid adabiyotlarda shakllangan umumiy nazariy qarashlar bilan mos keladi. Zenkevich va Teylor [10], Bathe [11], Hughes [22], Cook va hammualliflar [23] hamda Reddy [24] tomonidan yoritilgan chekli elementlar nazariyasida hisoblash aniqligi faqat modelning o'lchoviga emas, balki element turi, to'r zichligi, material modeli, chegaraviy shartlar va yuklarning to'g'ri berilishiga ham bog'liqligi ko'rsatiladi. Mazkur tadqiqot tahlillari ham uch o'lchovli modelning o'zi avtomatik ravishda mutlaq aniq natija bermasligini tasdiqlaydi. Agar 3D modelda juda yirik elementlardan foydalanilsa yoki chegaraviy shartlar real holatga mos kelmasa, uning geometrik jihatdan mukammalligi natijaning ishonchliligini kafolatlamaydi.

Shu jihatdan to'r zichligi masalasi alohida ahamiyatga ega. Tahlilda mahalliy kuchlanishlar kuzatiladigan teshiklar, tayanchlar, kesim o'zgarishlari va yuk qo'yilgan zonlarda to'rni lokal ravishda maydalash maqsadga muvofiqligi ko'rsatildi. Bunda butun 3D modelni bir xil darajada mayda elementlarga ajratish hisoblash vaqtini va xotira sarfini asossiz ravishda oshirishi mumkin. Demak, uch o'lchovli hisoblashning samaradorligi faqat 3D geometriyadan foydalanish bilan emas, balki hisoblash modelini oqilona tashkil etish bilan belgilanadi. Adaptiv to'r, simmetriyadan foydalanish va ikkinchi darajali geometrik qismlarni soddalashtirish 3D modelning yuqori aniqlik imkoniyatlarini saqlagan holda hisoblash xarajatlarini kamaytirishga xizmat qiladi.

Tadqiqotdagi qiyosiy jadval ham model tanlash masalasiga bir tomonlama yondashib bo'lmasligini ko'rsatadi. Hisoblash vaqti, model tayyorlash tezligi va kompyuter xotirasi mezonlari bo'yicha 2D model ustun bo'lsa, geometrik ifodalash, mahalliy kuchlanishlarni aniqlash, qalinlik bo'yicha tahlil va konstruktiv optimallashtirish imkoniyatlari bo'yicha 3D model afzallikka ega. Shunday ekan, "qaysi model samaraliroq?" degan savolga javob hisoblashdan ko'zlangan maqsad bilan bog'liq. Agar dastlabki bosqichda konstruksiyaning umumiy ishlash sxemasi, eguvchi momentlar yoki asosiy deformatsion holatini aniqlash talab etilsa, ikki o'lchovli model ko'proq samaradorlik beradi. Agar yakuniy loyihaviy qaror mahalliy kuchlanishlar, fazoviy buralish, kontakt, tayanch yoki murakkab geometrik zonalarga bog'liq bo'lsa, uch o'lchovli modelning qo'shimcha hisoblash xarajati asoslangan hisoblanadi.

Qutisimon ko'prik oraliq qurilmasi misolida ham ushbu farq yaqqol namoyon bo'ladi. Ikki o'lchovli sxema konstruksiyaning umumiy eguvchi momentlari va ko'ndalang kuchlarini aniqlash uchun qoniqarli bo'lishi mumkin. Biroq real konstruksiya tashqi yuk bilan birga buralish, devorlarning mahalliy egilishi, yuqori va pastki plitalardagi fazoviy kuchlanishlar ham yuzaga keladi. Diafragma, tayanch, teshik yoki qalinlik o'zgaradigan zonlarda bunday effektlar yanada kuchayadi. Shu sababli murakkab ko'prik konstruksiyalarining yakuniy tekshiruvida 3D modeldan foydalanish faqat natijalarni batafsillashtirish emas, balki potensial xavfli zonlarni aniqlash vositasi sifatida ham ahamiyat kasb etadi.

Uch o'lchovli hisoblashning samaradorligini baholashda iqtisodiy jihat ham muhim. Tadqiqotda keltirilgan shartli misolda 2D hisob bo'yicha 1000 tonna material talab qiluvchi konstruksiya 3D tahlil va optimallashtirish natijasida material miqdori

940 tonnagacha kamaytirilishi mumkinligi ko'rsatilgan, bu 6 foizlik shartli tejamkorlikka mos keladi. Biroq ushbu qiymat real tajriba natijasi emas, balki iqtisodiy samarani tushuntirish uchun keltirilgan namunaviy hisob ekanini alohida qayd etish lozim. Ushbu misolning asosiy mazmuni 3D modellashga sarflangan qo'shimcha kompyuter va muhandislik resurslari konstruktiv optimallashtirish natijasida material sarfi kamayishi hisobiga qoplanishi mumkinligini ko'rsatishdan iborat.

Tadqiqot natijalaridan kelib chiqadigan yana bir muhim jihat — 2D va 3D yondashuvlarni bir-biriga qarama-qarshi usullar sifatida ko'rmaslik zarurligidir. Ularning har biri loyihalashning ma'lum bosqichida samarali bo'lishi mumkin. Shu sababli eng maqbul yondashuv ikki bosqichli hisoblash sxemasi hisoblanadi. Dastlab soddalashtirilgan 2D model yordamida konstruksiyaning umumiy ishlash holati, asosiy o'lchamlari va ehtimoliy konstruktiv variantlari baholanadi. Keyingi bosqichda esa tanlangan variantning 3D modeli tuzilib, xavfli zonalar, fazoviy ta'sirlar, mahalliy kuchlanishlar va optimallashtirish imkoniyatlari aniqlashtiriladi. Bunday yondashuv 2D modelning tezkorligi bilan 3D modelning batafsilligi o'rtasida maqbul muvozanat yaratadi.

Mazkur tadqiqot natijalarini talqin qilishda uning ayrim cheklovlarini hisobga olish zarur. Birinchidan, ish asosan nazariy va qiyosiy tahlilga asoslangan. Unda muayyan real konstruksiya uchun bir xil sharoitdagi 2D va 3D chekli element modellarining hisoblash vaqti, operativ xotira sarfi, elementlar soni va kuchlanish qiymatlari bo'yicha to'liq sonli eksperiment keltirilmagan. Shu sababli maqolada 2D va 3D modellar o'rtasidagi farq asosan sifat jihatdan baholanadi.

Ikkinchidan, iqtisodiy samaradorlikni tushuntirish uchun keltirilgan 1000 tonnadan 940 tonnagacha material kamayishi haqidagi misol shartli xarakterga ega. Uni barcha turdagi konstruksiyalarda 3D hisoblash 6 foiz material tejamkorligini ta'minlaydi, degan umumiy natija sifatida talqin qilish mumkin emas. Haqiqiy iqtisodiy samara konstruksiya turi, material, yuklanish, hisoblash sxemasi va qabul qilingan optimallashtirish qarorlariga bog'liq.

Uchinchidan, maqolada asosan chiziqli elastiklik nazariyasi va chekli elementlar usulining umumiy tamoyillari ko'rib chiqilgan. Materialning plastik yoki nochiziqli ishlashi, katta deformatsiyalar, vaqtga bog'liq xususiyatlar va murakkab kontakt masalalari alohida tahlil qilinmagan. Bunday holatlarda 2D va 3D modellar o'rtasidagi farq mazkur maqolada ko'rsatilgan umumiy qonuniyatlardan farq qilishi mumkin.

To'rtinchidan, natijalarni eksperimental o'lchovlar yoki muayyan analitik etalon masala bilan bevosita verifikatsiya qilish mazkur ish doirasiga kiritilmagan. Shu sababli maqolaning asosiy qiymati muayyan sonli natijaning absolut aniqligini isbotlashdan ko'ra, 2D va 3D elastik hisoblash usullarining qo'llanish chegaralari va samaradorlik mezonlarini tizimli taqqoslashdan iborat.

XULOSA

Olib borilgan qiyosiy tahlil asosida quyidagi xulosalarga kelish mumkin:

- Ikki o'lchovli elastik hisoblash sodda geometriya va tekis yuklanishga ega konstruksiyalarni dastlabki baholashda tezkor va samarali usul hisoblanadi.
- Ikki o'lchovli modellarda uchinchi yo'nalish bo'yicha kuchlanishlar,

fazoviy buralish va mahalliy deformatsiyalar ma'lum farazlar asosida soddalashtiriladi.

- Uch o'lchovli model konstruksiyaning geometriyasi, yuklanishi va chegaraviy shartlarini to'liq ifodalab, oltita kuchlanish komponentini aniqlash imkonini beradi.

- Uch o'lchovli hisoblash tayanchlar, teshiklar, kesim o'zgarishlari va yuk qo'yilgan zonalaridagi kuchlanishlar konsentratsiyasini ishonchliroq aniqlaydi.

- Uch o'lchovli hisob kompyuter xotirasi va hisoblash vaqti bo'yicha ikki o'lchovli hisobga nisbatan qimmatroq. Biroq konstruktiv yechimlarni optimallashtirish natijasida ushbu qo'shimcha xarajatlar qoplanishi mumkin.

- Fazoviy hisob natijalari material sarfini kamaytirish, konstruksiya og'irligini pasaytirish va asossiz mustahkamlik zaxiralarini bartaraf etish imkonini beradi.

- Murakkab ko'priklar, qutisimon konstruksiyalar, sanoat inshootlari va fazoviy tizimlarni yakuniy loyihalashda uch o'lchovli hisoblashdan foydalanish maqsadga muvofiq.

- Amaliy loyihalashda dastlab ikki o'lchovli, keyin esa aniqlashtirilgan uch o'lchovli modeldan foydalanish hisoblash aniqligi va iqtisodiy samaradorlik o'rtasida maqbul muvozanatni ta'minlaydi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Chen, H., Jiang, W., Spencer, B. W. (2024). *A mixed formulation of the plane-stress problem to facilitate reuse of constitutive models in finite-element programs*. Mechanics Research Communications, 139, 104307. DOI: 10.1016/j.mechrescom.2024.104307.
2. Ahmadi, M., McBride, A., Steinmann, P., Saxena, P. (2025). *Plane stress finite element modelling of arbitrary compressible hyperelastic materials*. Acta Mechanica, 236, 3975–3994. DOI: 10.1007/s00707-025-04310-z.
3. Nguyen, D. D., Nguyen, M. N., Nguyen, D. D., Rungamornrat, J., Bui, T. Q. (2021). *Enhanced nodal gradient finite elements with new numerical integration schemes for 2D and 3D geometrically nonlinear analysis*. Applied Mathematical Modelling, 93, 326–359. DOI: 10.1016/j.apm.2020.11.040.
4. Monsalve, J. J., Soni, A., Karfakis, M., Hazzard, J., Ripepi, N. (2022). *Stochastic Continuous Modeling for Pillar Stress Estimation and Comparison with 2D Numerical, and Analytical Solutions in an Underground Stone Mine*. Mining, Metallurgy & Exploration, 39, 1917–1937. DOI: 10.1007/s42461-022-00676-z.
5. Kraft, J., Fällgren, C., Vormwald, M. (2020). *Calculation of stress intensity factors from shell elements under mixed mode loading*. International Journal of Fatigue, 134, 105447. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2019.105447.
6. Wang, Z., Yang, X., Lai, W., Zhong, Y., Liu, R. (2022). *A VAM-Based Equivalent Model for Triangular Honeycomb Sandwich Panels: Comparison with Numerical and Experimental Data*. Materials, 15(14), 4766. DOI: 10.3390/ma15144766.
7. Dao, L. T., Duong, P. T. M., Luong, V. D. (2025). *Analysis of Stress and Strain in Sandwich Structures Using an Equivalent Finite Element Model*. International

Journal of Engineering and Technology Innovation, 15(1), 26–43. DOI: 10.46604/ijeti.2024.13630.

8. Mikkelsen, L. P., Legarth, B. N., Herrmann, L., Christensen, M. M., Niordson, C. F. (2022). *A special finite element method applied to off-axis tunnel cracking in laminates*. Engineering Fracture Mechanics, 268, 108387. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2022.108387.

9. Zenkevich O. Chekli elementlar usuli va uning muhandislik masalalariga tatbiqi. — Moskva: Mir, 1975.

10. Zenkevich O., Teylor R. Chekli elementlar usuli. Asoslar. — Moskva: Mir, 2005.

11. Bate K. Chekli elementlar usulida sonli hisoblashlar. — Moskva: Fizmatlit, 2010.

12. Timoshenko S.P., Gudyer Dj. Elastiklik nazariyasi. — Moskva: Nauka, 1979.

13. Timoshenko S.P. Materiallar qarshiligi kursi. — Moskva: Nauka, 1965.

14. Sedov L.I. Uzlaksiz muhit mexanikasi. — Moskva: Nauka, 1983.

15. Bate K. Chekli elementlar usulida sonli tahlil. — Moskva: Fizmatlit, 2010.

16. Gallager R. Chekli elementlar usuli asoslari. — Moskva: Mir, 1984.

17. Oden J. Chekli elementlarning hisoblash mexanikasi. — Moskva: Mir, 1976.

18. Aleksandrov A.V., Potapov V.D., Derjavin B.P. Materiallar qarshiligi. — Moskva: Visshaya shkola, 2003.

19. Obrazsov I.F., Savelyev L.M., Xazanov X.S. Injenerlik masalalarida chekli elementlar usuli. — Moskva: Visshaya shkola, 1985.

20. Aleksandrov A.V., Potapov V.D., Derjavin B.P. Materiallar qarshiligi. — Moskva: Visshaya shkola, 2003.

21. Rasulov Q.S. Qurilish mexanikasi va konstruksiyalarni sonli hisoblash asoslari. — Toshkent: Fan va texnologiya.

22. Hughes T.J.R. The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis. — New York: Dover Publications, 2000.

23. Cook R.D., Malkus D.S., Plesha M.E., Witt R.J. Concepts and Applications of Finite Element Analysis. — New York: John Wiley & Sons, 2002.

24. Reddy J.N. An Introduction to the Finite Element Method. — New York: McGraw-Hill, 2006.